

Ce TT se concentre sur le calcul de distances avec différentes opérations autorisées.

Aucune bibliothèque python n'est autorisée.

1 Présentation

Soit f une fonction d'un ensemble E dans l'ensemble de ses parties $P(E)$. Soient a, b deux éléments de E . On appelle distance par rapport à f entre deux éléments de E le plus petit nombre $k + k'$ tel qu'il existe $a_0, a_1, \dots, a_k \in E$ et $b_0, b_1, \dots, b_{k'} \in E$ avec $a_0 = a$, $b_0 = b$, et $a_k = b_{k'}$. De plus, on veut pour tout i , on a $a_{i+1} \in f(a_i)$ et $b_{i+1} \in f(b_i)$.

Par exemple, si $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ est définie par $f(x) = \{2x, x+1\}$, on a $dist(1, 15) = 5$ avec les suites $(1, 2, 4, 8, 16)$ et $(15, 16)$.

2 Distance entre des nombres

Question 1 /5

On considère $E = \mathbb{N}$ et la fonction f définie ci-dessus. Écrire une fonction `dist1` qui prend en entrée deux entiers a et b et qui renvoie la distance par rapport à f entre a et b . On supposera a et b plus petits que 100.

On pourra utiliser le décorateur `stock` vu au TP2 et procéder de manière récursive.

Question 2 /5

On considère encore $E = \mathbb{N}$. Cette fois, on pose $f_5(x) = \{x + 5^k \mid k \in \mathbb{N}\}$. Écrire une fonction `dist2` qui prend en entrée deux nombres a et b calcule la distance par rapport à f_5 entre ces deux nombres.

3 Distances générales

Question 3 /5

Étant donné deux chaînes de caractères de même longueur $t1$ et $t2$, ne contenant que des lettres, on définit la distance entre ces deux chaînes comme le plus grand décalage dans l'alphabet entre une lettre de $t1$ et une lettre de $t2$ à la même position. Par exemple, $dist("abc", "dbh") = 5$ car c et h sont espacés de 5 et les autres lettres de moins de 5. Notez aussi $dist("a", "z") = 25$.

Écrire une fonction `dist3` qui calcule la distance entre 2 chaînes de caractères. On ne vérifiera pas qu'elles sont de la même longueur, et si les 2 chaînes de caractères ne font pas la même longueur, on rattrapera le "string index out of range" à l'aide de `try` et `except` et on renverra -1 dans ce cas.

On rappelle l'existence de la fonction `abs` qui renvoie la valeur absolue du nombre pris en paramètre

Question 4 (difficile) /3

Écrire un programme général `dist` qui prend en entrée deux variables x et y ainsi qu'une fonction f et qui renvoie la distance par rapport à f entre x et y . Par exemple, si f est définie comme suit, on doit retomber sur la fonction de la question 1. On supposera ici toutes que $|E| \leq 131071$ (ne vous demandez pas pourquoi cette valeur, c'est juste pour avoir une bonne fonction de test sans exploser en mémoire).

```
1 def f(x):
2     return [2*x % 131071, x+1 % 131071]
```