Ce TP a pour objectif d'effectuer numériquement des calculs compliqués : résolution d'équations et calcul d'intégrale.

1 Résolution d'équations

On cherche à résoudre l'équation $x^2 - x - 1 = 0$ par différentes méthodes d'approximation. Pour ce faire on utilisera la fonction *exp* en important la librairie *math.h*.

1.1 Méthode 1 : Dichotomie

Étant donné une fonction f. On cherche à résoudre l'équation $f(x) = 0$ par dichotomie. On suppose connue deux valeurs x et y tel que $f(x)f(y) < 0$. Puis on calcul $z = \frac{x+y}{2}$. Si $f(x)f(z) \leq 0$, on remplace y par z. Sinon on remplace x par z. On répète le processus pour obtenir une valeur approchée d'un zéro de la fonction f.

Question 1

Écrire une fonction *dichotomie* de type double qui prend en entrée une fonction f, deux double x et y et un entier N et qui applique N étapes de dichotomie pour arriver à une solution approchée de $f(x) = 0$.

Rappel : pour prendre une fonction en entrée, il faut préciser les types de ses arguments. Exemple :

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int f(int x){
    return x+1;
}

void affiche(int f(int), int x){
    printf("%d \n",f(x));
}

int main()
{
    affiche(f,0);
    return 0;
}
```

1.2 Méthode de Newton

Étant donné une fonction f, la méthode de Newton consiste à approximer une solution de l'équation $f(x) = 0$ en considérant que localement f se comporte comme sa dérivée. Pour se faire, on part d'une première valeur x_0, et on définit par récurrence x_{n+1} comme solution de l'équation $f'(x_n)(x - x_n) + f(x_n) = 0$. En itérant le processus, on s'approche petit à petit de la solution. (On constate que cette équation n'a pas de solution si $f'(x_n) = 0$, on supposera que cela n'arrivera pas).

Question 2

Écrire une fonction deriv de type double qui prend en entrée une fonction f et un double x et qui renvoie $f'(x)$. On approximera $f'(x)$ par le son taux d'accroissement.

Question 3

Écrire une fonction *newton* de type double qui prend en entrée une fonction f, un double x et un entier N et qui applique N étapes de la méthode de Newton pour arriver à une solution approchée de $f(x) = 0$.

2 Calcul d'intégrales

Le but de cette section et de parvenir à calculer l'intégrale d'une fonction.

2.1 Méthode de Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo consiste en la génération d'un ensemble de point aléatoire dans un rectangle et de supposer que le rapport entre l'air de la courbe dans ce rectangle et l'air du rectangle est égal au nombre de point qui sont tombés sous la courbe.

Question 4

Écrire des fonctions max (resp. min) de type double qui prend en entrée une fonction f, deux double a, et b, et un entier N et renvoie la valeur maximale (resp. minimale) que prend f sur l'intervalle $[a, b]$ échantillonné avec un pas de $\frac{1}{N+1}$.

Question 5

Écrire une fonction monte-carlo de type double qui prend en entrée une fonction f, deux doubles a, b et un entier N et qui calcule une approximation de l'intégrale de f entre a et b en utilisant la méthode de Monte Carlo en générant N points aléatoires.

2.2 Méthode des rectangles

On rappelle d'abord la méthode des rectangles. On approche l'air sous la courbe d'une fonction f en considérant que $\int_a^b f(t)dt = \sum_{k=0}^{n} \frac{b-a}{n+1} f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right)$

Question 6

Écrire une fonction *rectangle* de type double qui prend en entrée une fonction f, deux doubles a et b et un entier N et qui renvoie une approximation de l'intégrale de f entre a et b en subdivisant l'intervalle en N en utilisant la méthode des rectangles