

# TP8 : Réseaux de Petri

## 1 Algorithme de Karp et Miller

On rappelle l'algorithme de Karp et Miller : On initialise un arbre à un sommet étiqueté par le marquage initial. À chaque étape, on prend une feuille  $f$  de l'arbre, étiquetée par  $M$  :

- Si  $f$  a un ancêtre étiqueté par  $M$ , on passe à la feuille suivante.
- Si  $f$  a un ancêtre étiqueté par  $N$  tel que  $\forall q, M(q) \leq N(q)$  et  $\exists p, M(p) < N(p)$ , alors on s'arrête (le réseau est non borné).
- Sinon, pour chaque transition  $t$  admissible par  $M$ , on calcule  $M'$  tel que  $M \xrightarrow{-t} M'$ , et on ajoute un fils à  $f$ , étiqueté par  $M'$ .

Quand on a parcouru toutes les feuilles, on a vérifié que le réseau est borné.

Implémentez l'algorithme de Karp et Miller.

### Rappels :

On représente un réseau de Petri par :

- Un nombre de places  $P$ .
- Un nombre de transitions  $T$ .
- Un tableau  $\text{pre}[p][t]$  qui indique combien de jetons doivent être pris dans  $p$  quand on emprunte  $t$ .
- Un tableau  $\text{post}[p][t]$  qui indique combien de jetons doivent être ajoutés dans  $p$  quand on emprunte  $t$ .

L'algorithme de Karp et Miller construit un arbre étiqueté par les marquages accessibles. Comme un marquage peut apparaître dans plusieurs noeuds de l'arbre, on va associer un identifiant à chaque noeud. On représente l'arbre comme :

- Un dictionnaire qui à chaque identifiant associe son parent dans l'arbre.
- Un tableau qui à chaque identifiant associe un marquage (l'identifiant du marquage initial sera son propre parent)

Implémentez l'algorithme de Karp et Miller.

## 2 Traverser la rivière

Un groupe de 4 personnes ( $A, B, C, D$ ) doivent traverser un pont mal éclairé pour franchir une rivière. Le pont ne supporte le poids que de deux personnes. Ils ont à disposition une seule lampe de poche (qui doit être allumée pour chaque traversée). Pour traverser le pont,  $A$  met 10mn,  $B$  met 5mn,  $C$  met 2mn et  $D$  met 1mn.

Le but du jeu est de trouver le temps minimal nécessaire à la traversée.

Représentez ce problème sous la forme d'un réseau de Petri et en déduire le temps minimal de la traversée.

### 3 Génération du graphe des marquages accessibles

Implémenter l'algorithme suivant, qui génère le graphe des marquages accessibles  $(V, E)$  d'un réseau de Petri borné.

Initialiser une pile 'S' contenant le marquage initial.  $V$  contient initialement le marquage initial. Tant que  $S$  est non vide :

- Dépiler le sommet  $M$
- Pour chaque transition  $t$  admissible depuis  $M$ , calculer  $M'$  obtenu après franchissement de  $t$ .
- Si  $M'$  n'est pas dans  $V$ , l'ajouter et empiler  $M'$ .
- Ajouter l'arc  $M \rightarrow M'$  étiqueté par  $t$  à  $E$ .

### 4 Model checking

1. Écrire une fonction qui teste si un réseau de Petri borné est bloquant, et une qui renvoie un marquage bloqué le cas échéant.

2. Écrire une fonction qui teste si un réseau de Petri borné est propre et qui renvoie un marquage accessible  $M$  d'où on ne peut revenir au marquage initial le cas échéant.

3. Écrire une fonction qui teste si un réseau de Petri borné est quasi-vivant et qui renvoie une transition non-quasi-vivante le cas échéant.

4. Écrire une fonction qui teste si un réseau de Petri borné est vivant et qui renvoie un marquage accessible  $M$  et une transition non-vivante à partir de  $M$  le cas échéant.

### 5 Mise en pratique

On considère un protocole de connexion/déconnexion d'un client à un serveur :

- Le client initie la connexion en envoyant une demande de connexion DC, puis attend.
- Le serveur, à la réception de DC, envoie CC (confirmation de connexion) puis passe dans l'état connecté.
- Le client passe dans l'état connecté à la réception de CC.

Pour la déconnexion,

- Le client OU le serveur envoie une demande de déconnexion DD puis attend.
- L'autre machine envoie CD (confirmation de déconnexion) à la réception de DD, puis passe dans l'état déconnecté.
- À la réception de DD, la première machine passe dans l'état déconnecté.

Représentez ce protocole à l'aide d'un réseau de Petri. Est-il borné ? bloquant ? Si oui, donnez une explication.